

HF-Overkill

Ein formaler Nachweis von $1+1=2$ mit AC-/HF-Signalen, Phasoren, dB und einer Prise Regelungstechnik.

Autor	Christoph Kellermann
Version	2.5
Stand	laufend (ohne Datumsangabe)
Hinweis	Idealisiertes Modell: Reale HF-Systeme enthalten Verluste, Toleranzen, Phasenfehler und Disziplin
Web	christoph-kellermann.de

Abstract. Wir beweisen die Gleichung $1+1=2$ nicht mit dem Taschenrechner, sondern mit Werkzeugen, die eigentlich dafür gedacht sind, Antennen zu entwerfen, Filter zu dimensionieren und um als Funkamateure ernst genommen zu werden: Phasoren, Laplace, Fourier, Blockdiagramme und dB. Das Ergebnis wird konsequent bis zur Feldtheorie weitergedacht – denn wenn schon Overkill, dann bitte vollständig und mit Maxwell. Bonus: Digitale Disziplin (C4FM/TDMA) und FEC/Interleaving als „Fehlerkorrektur-Justiz“ mit Urteil Eb/N0.

Schlüsselwörter: Kohärenz, Summierstelle, 50-Ohm-System, dB, Phasenlage, Maxwell, Poynting, Skin-Effekt, VSWR, TDMA, C4FM, FEC, Interleaving, Eb/N0.

1. Ziel und Grundannahmen

Ziel ist die Rückkehr zur Ausgangsgleichung

$$(1) \quad 1 + 1 = 2$$

Wir interpretieren die 1 als normierten Amplitudenfaktor eines Referenzsignals (nicht als Ampere!). Der Rest ist Linearität.

Axiom A (Kohärenzaxiom, inoffiziell).

Zwei Sinussignale gleicher Frequenz und gleicher Phase addieren sich kohärent. Die Physik toleriert das, solange man sie nicht mit zwei echten Spannungsquellen am selben Knoten ärgert.

Notation.

Wir verwenden Peak-Amplitudenfaktoren vor $\cos(\omega t)$. Einheitsamplitude bedeutet also *Amplitude* = 1 in beliebiger Einheit (z. B. V_{peak}).

2. Hauptbeweis (AC/HF) in einer Zeile

Sei das Referenzsignal

$$x(t) = \cos(\omega t)$$

Zwei identische, phasengleiche Quellen liefern

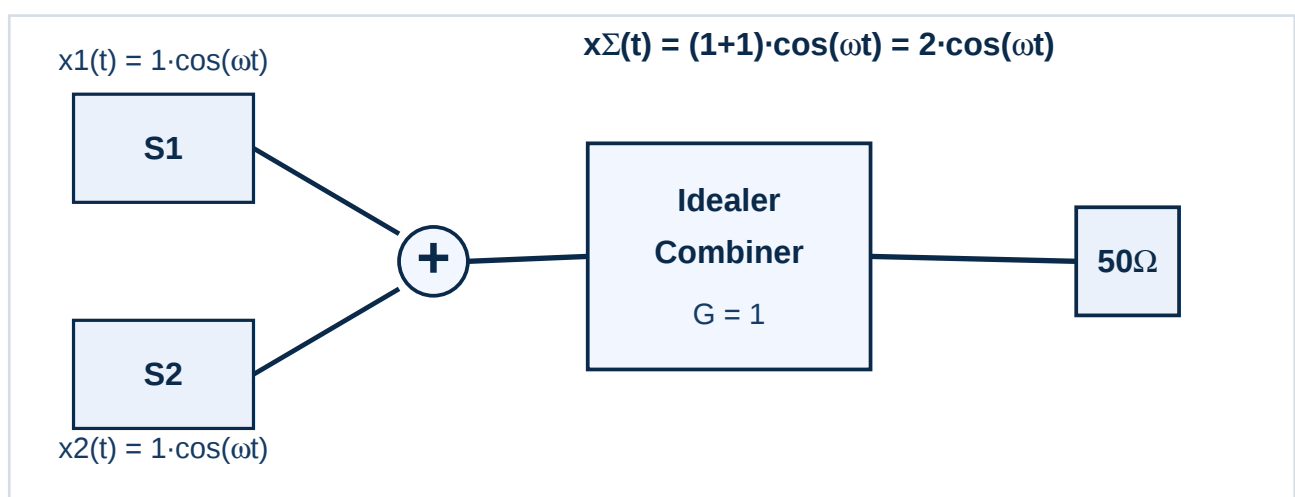
$$x_1(t) = 1 \cdot \cos(\omega t) \quad \text{und} \quad x_2(t) = 1 \cdot \cos(\omega t)$$

Dann folgt durch Superposition (aka „Summierstelle“):

$$x_{\Sigma}(t) = x_1(t) + x_2(t) = (1+1) \cdot \cos(\omega t) = 2 \cdot \cos(\omega t)$$

Vergleich der Amplitudenfaktoren vor $\cos(\omega t)$ ergibt unmittelbar:

$$1 + 1 = 2$$



3. Phasor-Beweis (weil es ohne Winkelangaben zu einfach wäre)

Schreibe die Signale als komplexe Zeiger (Phasoren):

$$X_1 = 1\angle 0^\circ, \quad X_2 = 1\angle 0^\circ$$

Dann:

$$X_\Sigma = X_1 + X_2 = 2\angle 0^\circ$$

Betragsvergleich liefert wieder **1+1=2** – jetzt mit 100% mehr Symbolik.

4. Laplace-Transformation (Linearität, aber bitte mit Integralen)

Definiere $f(t)=1$ für $t \geq 0$. Dann gilt für $s > 0$:

$$\mathcal{L}\{1\}(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt = \frac{1}{s}$$

Da $f(t)=1$ ist, genügt das Einsetzen in das Integral. Die Stammfunktion ist elementar, der Rest ergibt sich durch Auswertung der Integrationsgrenzen.

5. Fourier-Argument (DC-Anteil in feinem Zwirn)

Die konstante Funktion $g(x)=1$ ist 2π -periodisch. Ihr Mittelwert (DC) ist:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(x) dx = 1$$

Zweimal derselbe DC-Anteil ergibt:

$$1 + 1 = \left(\frac{a_0}{2}\right) + \left(\frac{a_0}{2}\right) = a_0 = 2$$

Wer jetzt immer noch unzufrieden ist, darf gerne eine Fensterfunktion draufwerfen.

6. 50-Ohm-Sektion (dB, RMS und der Moment, in dem es wirklich unangenehm wird)

In HF werden Additionen oft in Leistungssprache geführt. Das ist praktisch – und eine exzellente Gelegenheit, das einfache Ergebnis zu verstecken.

Größe	Bezug	Formel ($R=50\Omega$)
Leistung	W	$P = V_{\text{rms}}^2 / R$
Spannung	V_{rms}	$V_{\text{rms}} = \sqrt{P \cdot R}$
Sinus-Beziehung	-	$V_{\text{peak}} = \sqrt{2} \cdot V_{\text{rms}} ; V_{\text{pp}} = 2 \cdot V_{\text{peak}}$
dB (Amplitude)	dB	$20 \cdot \log_{10}(A_2/A_1)$
dB (Leistung)	dB	$10 \cdot \log_{10}(P_2/P_1)$

Wichtig: Der hier bewiesene Satz (1) ist eine Aussage über die Addition von Amplitudenfaktoren in einem linearen Modell.

7. Mischer-Argument (weil jede gute Geschichte einen Mischer braucht)

Ein idealer Multiplizierer (Mischer) kann die Pointe mathematisch umständlich bestätigen.

$$\cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t) = (1/2)(1 + \cos(2\omega t))$$

Wenn du vorher addierst, taucht $(1+1)^2$ auf. Und am Ende kommt wieder $(1+1)=2$ heraus. Tragisch, aber sauber.

8. Maxwell-Overkill: Vier Gesetze, drei Spalten, null Ausreden

Nachdem wir (1) ausreichend vereinfacht haben, folgt die logische Eskalation: Maxwell. Die Darstellung unten ist ein Dashboard mit drei Perspektiven.

Spalte	Inoffizieller Name	Wofür man sie benutzt
Differentialform	Management Summary	Kurz, lokal, macht Eindruck. Erklärt selten ein Kabelproblem.
Integralform	Operatives Reporting	Jetzt mit Flächen/Volumina: perfekt, um Integrationswege zu diskutieren.
Bildform	Reality Check	Feldlinien/Wirbel: plötzlich versteht man, worum es geht.

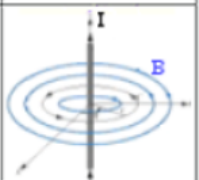
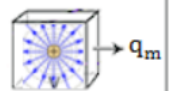
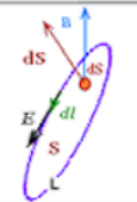
Law	Differential Form	Integral Form	Pictorial Form
Coulomb's	$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_e$	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \iiint \rho_e dV = q_e$	
Ampere's	$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\mathbf{J}_e}{c}$	$\oint \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\ell} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \iint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{c} \iint \mathbf{J}_e \cdot d\mathbf{S} = \frac{I_e}{c}$	
Gauss's	$\nabla \cdot \mathbf{B} = \rho_m$	$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \iiint \rho_m dV = q_m$	
Faraday's	$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\frac{\mathbf{J}_m}{c}$	$\oint \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\ell} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{1}{c} \iint \mathbf{J}_m \cdot d\mathbf{S} = -\frac{I_m}{c}$	

Abbildung: Maxwell-Gleichungen (Differential-, Integral- und Bildform) – wie auf christoph-kellermann.de dargestellt.

8a. Maxwell-Overkill II: Der Poynting-Vektor als Buchhaltung

Wo fließt eigentlich die Energie? Die Antwort lautet: im Raum zwischen den Leitern. Der Poynting-Vektor ist die Buchhaltung dazu:

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

Die Wärme ist das Quittungsdokument, nicht der Zahlungsweg.

8b. Zucht und Ordnung an der Leiteroberfläche

Bei steigender Frequenz dringt der Strom immer weniger tief in den Leiter ein. Die Skin-Tiefe δ :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (\omega = 2\pi f)$$

$$f \uparrow \Rightarrow R_{AC} \uparrow \quad (\sim \sqrt{f})$$

8c. Disziplinarverfahren: Einfügedämpfung, Rückfluss und die Kunst, 1+1 kleinzureden

Mismatch und Verlust sorgen dafür, dass das Ergebnis weiterhin stimmt, aber weniger schön aussieht.

Instanz 1: Mismatch (Reflexion)

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

$$\text{Return Loss} = -20 \log_{10} |\Gamma| \text{ dB}$$

Instanz 2: Einfügedämpfung

$$b_1 = S_{11} \cdot a_1 \quad | \quad b_2 = S_{21} \cdot a_1$$



Wenn $S_{11} \neq 0$: Reflexion. Wenn $|S_{21}| < 1$: Verluste. Ordnung muss sein.

$$\text{Insertion Loss} = -20 \log_{10} |S_{21}| \text{ dB}$$

$$P_{\text{out}} = P_{\text{in}} \cdot |S_{21}|^2$$

9. Digitale Disziplin: TDMA, C4FM und die Verwaltung von Bits

Wir pressen Sprache in Bits, legen die Bits in Zeitschlitz und nennen das dann „Effizienz“. Die zentrale Erkenntnis bleibt trotzdem einfach: zwei getrennt organisierte Ressourcen ergeben zusammen zwei.

9.1 TDMA in einem Satz

Ein Kanal + zwei Zeitschlitz = zwei Gespräche (fast).

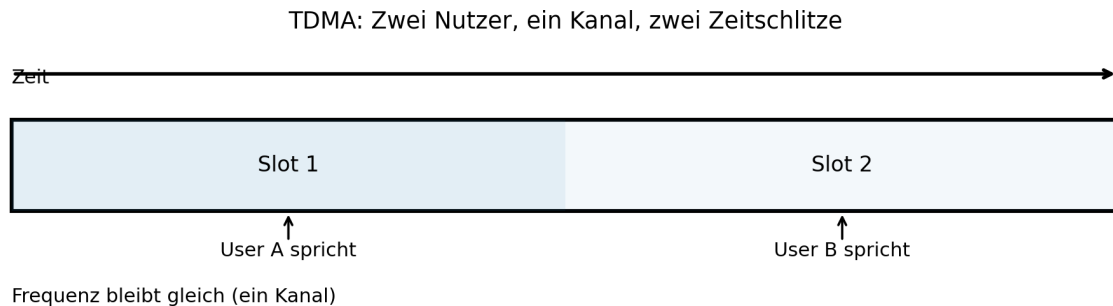


Abbildung: TDMA-Frame mit zwei Slots. Frequenz konstant, Ordnung in der Zeit.

9.2 Der Overkill-Bezug: 1+1 als Zeitschlitz-Arithmetik

$\text{Durchsatz}_{\text{total}} = \text{Durchsatz}_{\text{slot1}} + \text{Durchsatz}_{\text{slot2}} = 1 + 1 = 2$

Die Addition passiert hier nicht im Knoten, sondern im Kalender.

9.3 C4FM: vier Zustände, zwei Bit, ein entspannter PA

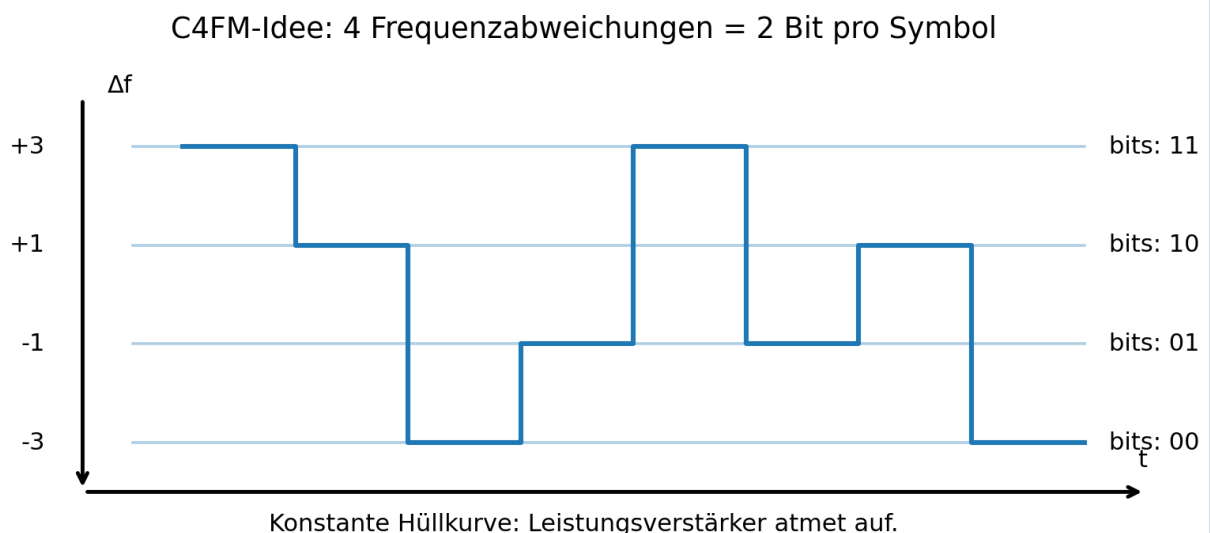


Abbildung: Symbol-Level-Idee von C4FM (didaktisch vereinfacht).

9.4 Bandbreite: der Preis für Ordnung

Konzept	Was gewinnt	Was zahlt
höhere Symbolrate	mehr Daten	mehr Bandbreite / strengere Filter
mehr FEC	mehr Robustheit	weniger Netto-Datenrate
TDMA (mehr Slots)	mehr Nutzer	mehr Overhead + Timing-Disziplin
höhere Modulationsordnung	mehr Bit/Symbol	höheres SNR / mehr Linearität

Merksatz: Spektrale Effizienz ist kein Recht, sondern eine Verhandlung – und Maxwell sitzt mit am Tisch.

10. Fehlerkorrektur-Justiz: FEC, Interleaving und Urteil Eb/N0

In analogen Zeiten war der Fehler ein Knacken. In digitalen Zeiten ist der Fehler ein Bit. Und Bits werden nicht diskutiert, Bits werden verurteilt. Willkommen bei der Fehlerkorrektur-Justiz.

10.1 Tatbestand: Kanalfehler und die Sache mit Murphy

Der Funkkanal produziert Fehler: Rauschen, Fading, Mehrwege, Interferenzen. Man kann das ignorieren (klassische Strategie) oder man baut ein Rechtssystem: FEC.

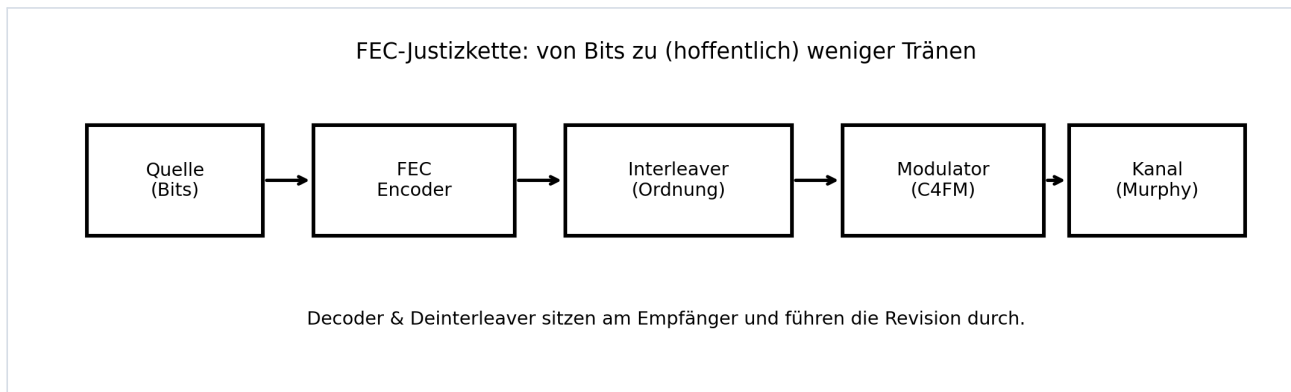


Abbildung: Die FEC-Kette (stark vereinfacht). Encoder fügt Redundanz hinzu, Interleaver verteilt Risiken.

10.2 FEC: Der Paritätsparagraph

FEC (Forward Error Correction) fügt absichtlich Redundanz hinzu. Das wirkt zunächst wie Bürokratie, ist aber in Wahrheit Prävention: Wenn Bits verschwinden, kann man sie aus der Akte rekonstruieren.

Rolle	Im Klartext	Satirische Bezeichnung
Nutzdaten	das, was du sagen willst	Aussage
Redundanz	zusätzliche Prüfinformation	Aktenanlage
Decoder	rekonstruiert / korrigiert	Revision
CRC/Checks	prüft Plausibilität	Formfehlerkontrolle

10.3 Interleaving: Ordnung im Chaos

Viele Kanäle machen keine einzelnen Fehler, sondern Fehlerpakete (Burst Errors). Interleaving nimmt die Bits und verteilt sie zeitlich so, dass ein Burst nicht eine ganze Codewort-Familie auslöscht. Das ist im Kern Risikostreuung: Diversifikation für Bits.

Interleaving: Burst-Fehler werden in kleine Häppchen zerlegt

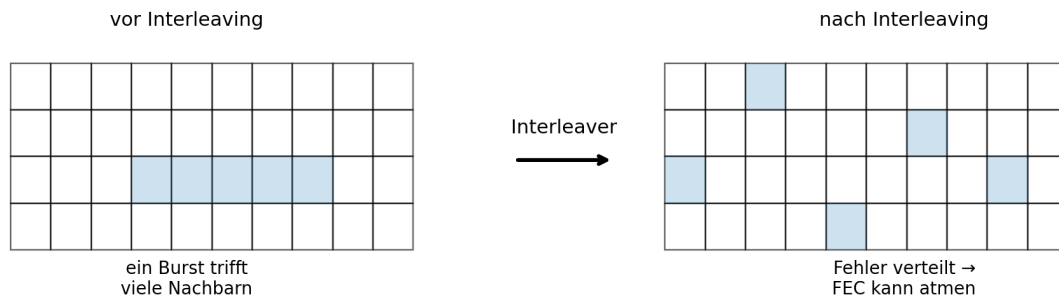


Abbildung: Interleaving verteilt Burst-Fehler, damit der Decoder nicht alles auf einmal verdauen muss.

10.4 Urteil: E_b/N_0 !

Digitale Systeme urteilen selten nach „S-Meter“. Die Währung heißt E_b/N_0 : Energie pro Bit relativ zur Rauschleistungsdichte. Das ist praktisch, weil es Modulation, Bitrate und Bandbreite sauber auseinanderhält.

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} \cdot \frac{B}{R_b}$$

Interpretation: Wenn du bei gleicher Bitrate die Bandbreite vergrößerst, kann S/N fallen, ohne dass E_b/N_0 zwingend kollabiert. Und genau deswegen kann man über Bandbreite streiten, ohne dass jemand sofort unrecht hat.

10.5 Coding Gain: die Strafmilderung

FEC sorgt dafür, dass du für eine gewünschte Fehlerrate weniger E_b/N_0 brauchst. Diese Differenz nennt man Coding Gain:

$$G_c = \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{uncoded}} - \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{coded}} \text{ dB}$$

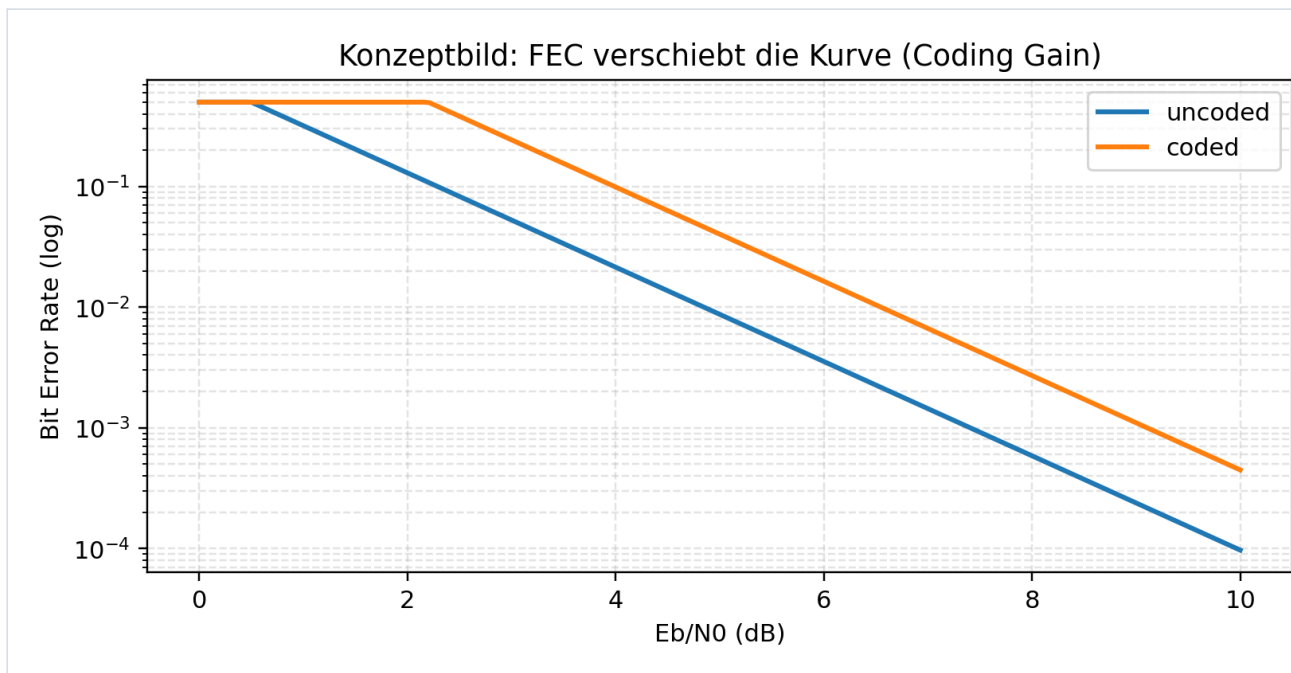


Abbildung: Konzeptkurven. FEC „verschiebt“ die erforderliche E_b/N_0 für gleiche BER (ohne reale Werte zu behaupten).

10.6 Der satirische Schluss: 1+1 bleibt 2

Am Ende macht die Justiz nur Buchhaltung: Du bezahlst Redundanz (Overhead), bekommst dafür Robustheit. Und wenn du zwei unabhängige Schutzmechanismen kombinierst (FEC + Interleaving), dann gilt wieder das Grundgesetz dieses Dokuments:

$$\text{Schutz} = \text{FEC} + \text{Interleaving} = 1 + 1 = 2$$

Nicht, weil die Natur es so wollte, sondern weil Menschen beschlossen haben, dass Ordnung besser ist als Bit-Salat.

11. Schlussfolgerung

Unabhängig davon, ob man das Problem über Summierstellen, Phasoren, Laplace, Fourier, dB, Maxwell, Poynting, Skin, TDMA oder Fehlerkorrektur-Justiz betrachtet: Die Linearität zwingt die Gleichung (1) in ihre endgültige Form:

$$(1) \quad 1 + 1 = 2$$

Die Gleichung, die man eigentlich nicht mehr erklären muss

$$1 \cdot \cos(\omega t) + 1 \cdot \cos(\omega t) = (1+1) \cdot \cos(\omega t) = 2 \cdot \cos(\omega t)$$

Diese Darstellung ist kein rhetorischer Trick, sondern das kondensierte Ergebnis aller vorhergehenden Argumente. Wer an dieser Stelle noch weiterfragt, möchte nicht widerlegen, sondern verstehen – und ist damit bereits auf der richtigen Frequenz.

Lizenz und Verwendung

Du darfst dieses PDF gern auf deiner Website zum Download anbieten. Wenn du eine Lizenzzeile aufnehmen möchtest: *CC BY 4.0* (Namensnennung) passt gut, oder du schreibst schlicht: © *Christoph Kellermann*.

Zitierempfehlung (wenn jemand das wirklich tut)

Kellermann, C. (2025). *HF-Overkill: Ein formaler Nachweis von 1+1=2*. Online-PDF, christoph-kellermann.de.

Haftungsausschluss (HF)

Kein Antennenmessplatz wurde für diesen Beweis gequält. Alle idealen Combiner in diesem Dokument sind rein literarische Figuren. In der Realität gelten Einfügedämpfung, Rückfluss, Phasenfehler, Paketverluste, Sync-Drift und Murphy.

Anhang: Doppler-Disziplin bei LEO (ISS/OSCAR)

LEO-Satelliten bewegen sich schnell. Dadurch wandert die Empfangsfrequenz während eines Overpasses sichtbar. Je höher die Frequenz, desto mehr Drama (und desto öfter wird am VFO „nachjustiert“).

A1. Grundgleichung

Für die Radialgeschwindigkeit v_r (auf dich zu / von dir weg) gilt näherungsweise:

$$\Delta f \approx f \cdot \frac{v_r}{c}$$

Vorzeichenregel: Beim Anflug ist Delta f typischerweise positiv (höher), nahe der größten Annäherung geht Delta f durch 0, beim Abflug wird Delta f negativ (tiefer).

A2. Größenordnung: Beispielwerte

Band	f	Peak Delta f ($\approx f \cdot v_r / c$)	Praktischer Eindruck
2 m	145 MHz	3.7 kHz	entspannt
70 cm	435 MHz	11 kHz	spürbar
23 cm	1200 MHz	30 kHz	sportlich

Hinweis: Das sind Größenordnungen. Der tatsächliche Verlauf hängt von Geometrie, Elevation, Bahn und Standort ab.

A3. Verlauf über den Pass: die S-Kurve

Der Doppler-Verlauf ist über den Pass oft S-förmig: zuerst driftet die Frequenz in eine Richtung, nahe TCA dreht das Vorzeichen, danach driftet sie in die andere Richtung.

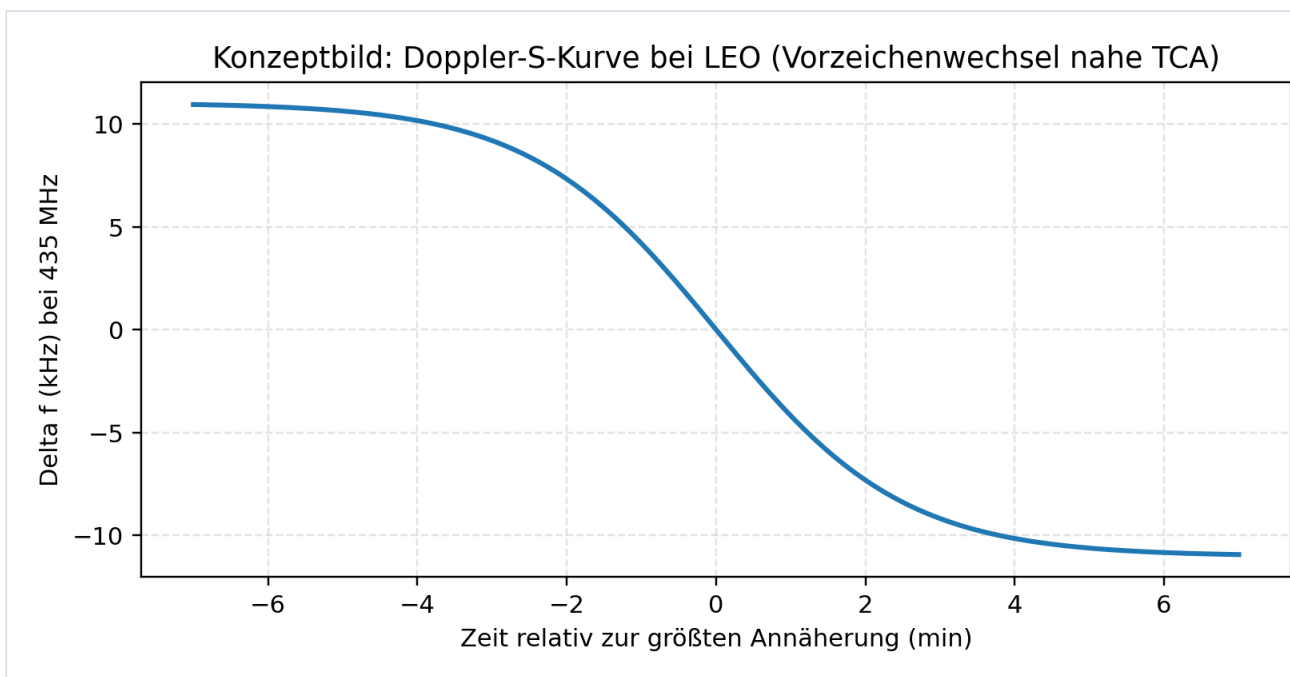


Abbildung: Konzept-S-Kurve (didaktisch, ohne Anspruch auf exakte Bahngeometrie).

A4. Kompensation: vom Handrad bis zur Automatik

Die Kompensation ist im Kern Frequenz-Disziplin: Entweder du korrigierst aktiv, oder du lässt korrigieren.

Manuell	In kleinen Schritten nachstimmen (auf 2 m oft gemütlich, auf 70 cm deutlich aktiver).
CAT/Tracking	Software berechnet Doppler und steuert den TRX (und gern auch den Rotor).
Split-Denke	Bei Crossband-Sats korrigierst du dort, wo du es direkt siehst/hörst (meist Downlink).
Digital	AFC/PLL helfen - aber sie ersetzen keine sinnvolle Voreinstellung.

A5. Overkill-Brücke zurück zu 1+1=2

Satirisch betrachtet brauchst du zwei Dinge: Voreinstellung und Nachführung. Wer beides diszipliniert macht, erhält natürlich den totalen Erfolg:

$$\text{Korrektur_total} = \text{Korrektur_vorher} + \text{Korrektur_nachher} = 1 + 1 = 2$$